



Dalla valutazione all'intervento didattico e formativo

Giorgio Bolondi

Introduzione

1. La valutazione in Matematica: valutazione dell'insegnante e valutazioni esterne
 - 1.1 Le valutazioni esterne
 - 1.2 Le valutazioni INVALSI
 - 1.3 L'indagine IEA- TIMMS
 - 1.4 L'indagine OCSE-PISA
 - 1.5 L'indagine NAEP

2. Dalla valutazione all'intervento didattico e formativo
 - 2.1 La valutazione iniziale del progetto PQM
 - 2.2 L'analisi della situazione
 - 2.3 Gli ambiti e i modi di intervento

3. La didattica laboratoriale in matematica
 - 3.1 Le caratteristiche del lavoro di laboratorio
 - 3.2 La discussione in classe
 - 3.3 Gli strumenti del laboratorio

Sitografia



Introduzione

Questo materiale è pensato per fornire una **guida** e degli **strumenti di documentazione** per i tutor di progetto e i tutor di istituto che dovranno disegnare e realizzare i *Piani di miglioramento* nelle scuole del progetto PQM.

Il punto di partenza di PQM è una *valutazione esterna*, predisposta dall'INVALSI, che deve servire per mettere a fuoco la situazione di fatto sui risultati di apprendimento in matematica nelle singole realtà scolastiche.

Il primo capitolo presenta quindi i principali strumenti di *valutazione esterna* a disposizione dei sistemi scolastici, delle scuole e in definitiva degli insegnanti, per quanto riguarda la matematica: il Servizio di Valutazione Nazionale dell'INVALSI, l'analisi OCSE-PISA, l'indagine IEA-TIMSS e, per una comparazione, il servizio NAEP. L'obiettivo è fornire le indicazioni per capire *quale* matematica viene valutata, *come* viene valutata e *come leggere* i risultati. Questi dati servono come guida e come parametro di confronto per interpretare i risultati dei propri ragazzi nella valutazione di PQM.

Il secondo momento di PQM è la messa a punto di un *piano di miglioramento* delle singole situazioni.

Il secondo capitolo presenta quindi alcune indicazioni per analizzare i risultati della valutazione PQM e sviluppa possibili spunti per la stesura del piano di miglioramento.

Il terzo capitolo sviluppa le modalità di sviluppo del piano nelle scuole, sia negli aspetti di *intervento formativo* rivolto agli insegnanti, che come *intervento didattico* rivolto agli studenti. Il fulcro dell'intervento di PQM è individuato nella *didattica laboratoriale per la matematica*, oggetto di molte ricerche, riflessioni ed esperienze negli ultimi decenni. Vengono fornite a questo proposito, anche attraverso la sitografia, indicazioni e materiali di documentazione.



1 La valutazione in Matematica: valutazione dell'insegnante e valutazioni esterne

La valutazione, in Matematica è un fatto complesso.

Da un lato l'insegnante deve riuscire a *valutare l'apprendimento* del ragazzo in tutte le sue componenti: in ogni singolo ambito di contenuti è possibile distinguere componenti di apprendimento concettuale, apprendimento algoritmico e procedurale, capacità di risolvere problemi significativi per quel contenuto, padronanza dei diversi registri di rappresentazione e dei passaggi da uno all'altro, capacità di comunicare quanto appreso.

Ancora più delicato è il discorso della *valutazione delle competenze* acquisite, dove la competenza (qualunque sia la definizione che viene usata- non c'è accordo a livello nazionale o sovranazionale su una unica definizione) comprende la capacità di trasferire e utilizzare gli apprendimenti *al di fuori* del contesto scolastico di insegnamento.

Comunque sia, la valutazione è un processo che accompagna giorno per giorno la vita di classe, e in una certa misura la influenza e la condiziona. Si può vedere, a questo proposito, anche la parte relativa alla valutazione del documento [Matematica 2001](#).

Solo l'insegnante ha un quadro completo della situazione di ogni ragazzo, delle tappe del percorso di insegnamento, dei vincoli di contesto, delle difficoltà specifiche.

D'altro canto, acquistano sempre più importanza le *valutazioni esterne*: si tratta di interventi che vogliono primariamente fornire alle istituzioni delle informazioni sui risultati complessivi dei sistemi scolastici, ma che possono offrire agli insegnanti strumenti per certi aspetti molto accurati per una valutazione degli apprendimenti dei singoli allievi e per una analisi complessiva del proprio insegnamento. Si tratta di strumenti diagnostici: è importante comprendere bene cosa possono valutare, con che precisione, e cosa non possono rilevare; che tipo di risultati restituiscono e come possono essere usati. La documentazione che aiuta l'insegnante in questo lavoro comprende solitamente il *quadro di riferimento*, i *report dei risultati* e le *domande rilasciate*.

1.1 Le valutazioni esterne

Ogni valutazione ha un proprio *quadro di riferimento*, un documento che definisce *quale* matematica e quali apprendimenti vengono valutati, con che strumenti, con che finalità.

Le valutazioni internazionali sono *valutazioni di sistema*: non forniscono informazioni sul singolo allievo o sulla singola scuola, anche perché ragazzi diversi possono avere fascicoli con domande differenti. I dati hanno significato solo a diversi livelli di aggregazione (macro-regioni, nazioni...) a seconda di come è fatto il campionamento.



I risultati sono di solito presentati nei *report* in modo da permettere comparazioni *orizzontali*, tra diversi paesi o regioni, e *verticali*, per comprendere l'evoluzione della situazione nel tempo. Questo è uno dei motivi per cui solitamente non tutte le domande vengono rese pubbliche: devono servire per rilevazioni successive, anche a distanza di anni.

Le *domande rilasciate* permettono agli insegnanti di vedere concretamente come il quadro di riferimento viene tradotto in prove che servono come *indicatori* degli apprendimenti: possono servire per mettere a fuoco i propri obiettivi, costruire situazioni di apprendimento, prove di valutazione interna.

Un discorso a parte merita la prova nazionale INVALSI nell'Esame di Stato conclusivo del primo ciclo. Questa coinvolge invece tutti i ragazzi: fornisce quindi elementi direttamente utilizzabili per la valutazione individuale.

1.2 Le valutazioni INVALSI

Il Servizio Nazionale di Valutazione dell'INVALSI mira a costituire un sistema organico di valutazione degli apprendimenti dei ragazzi italiani, in particolare in matematica. Valuta i ragazzi nelle classi II e V della scuola primaria, I della scuola secondaria di primo grado, e in prospettiva in II e V della scuola secondaria di secondo grado. Inoltre, all'INVALSI è affidata la preparazione della Prova nazionale nell'Esame di Stato conclusivo del primo ciclo di istruzione.

La prova iniziale del progetto PQM è stata predisposta dall'INVALSI con gli stessi criteri e lo stesso protocollo seguito per la preparazione delle prove del Sistema Nazionale di Valutazione.

Tutte queste prove sono preparate seguendo le indicazioni di un [quadro di riferimento](#) alla cui redazione hanno partecipato le diverse componenti della scuola italiana (insegnanti, ricercatori, esperti, ispettori); le domande sono preparate da insegnanti in servizio selezionati e formati seguendo una apposita procedura. I fascicoli vengono testati sul campo, e i risultati dei pre-test vengono sottoposti ad una analisi tecnica di tipo statistico e una analisi didattica. Dopo queste analisi vengono compilati i fascicoli definitivi di domande che vengono proposti alle scuole. I risultati della prova vengono poi raccolti e analizzati in un [rapporto](#).

Per una presentazione generale del funzionamento del Servizio Nazionale di Valutazione si può vedere la [Presentazione](#) del SNV 2009/2010.

La [Prova Nazionale di Matematica del 2008](#) e quella del [2009](#) per l'Esame di stato conclusivo del Primo ciclo possono fornire molte indicazioni all'insegnante. Sono costruite a partire dal Quadro di Riferimento INVALSI per permettere una valutazione degli apprendimenti dei singoli ragazzi a conclusione del primo ciclo di istruzione. Per aiutare l'insegnante in questa valutazione nel 2008 è stata fornita, oltre alla un [commento delle domande](#) una [analisi dei distrattori](#).



Va ricordato infatti che in una prova a risposta chiusa in matematica i distrattori svolgono un ruolo fondamentale nell'individuare le debolezze e le eventuali misconcezioni degli allievi: questo vale anche per la prova iniziale di PQM.

I risultati complessivi, con una analisi dell'influenza di fattori quali l'area geografica, il genere, il percorso di studi, sono raccolti nel [rapporto](#) e nel [rapporto tecnico](#))

Per la prova del 2009 sono disponibili la [griglia di correzione](#) , il [commento](#) e il [rapporto](#) .

1.3 L'indagine IEA- TIMMS

L'analisi IEA-TIMMS è una analisi dei *sistemi scolastici* e ha messo a confronto sulla matematica i ragazzi del IV anno di scolarità (la nostra quarta primaria) nel **2003** e nel **2007**, e dell'VIII anno (la nostra terza secondaria di primo grado) sempre nel **2003** e nel **2007** , in oltre 50 nazioni del mondo.

Altre domande sono disponibili come [esempi rilasciati](#).

L'analisi TIMMS-advanced mette a confronto i ragazzi del XII anno di scolarità (la nostra quarta superiore).

È una indagine centrata sul *curricolo* e sugli apprendimenti realizzati nel percorso scolastico, costruita a partire da un **quadro di riferimento** che definisce quelli che dovrebbero essere gli obiettivi di apprendimento in matematica del primo ciclo di istruzione condivisi internazionalmente.

I nostri allievi, come risulta dai rapporti del **2003** e del **2007** ottengono risultati abbastanza buoni al grado IV, decisamente meno buoni nel grado VIII. In particolare, il confronto internazionale mette in luce criticità negli ambiti *Dati e previsioni* e *Relazioni*.

1.4 L'indagine OCSE-PISA

L'analisi OCSE-Pisa si svolge ogni tre anni (l'ultima è stata nel 2009, la prossima sarà quindi nel 2012) e valuta le competenze dei quindicenni in lingua materna, matematica e scienze. Il focus è a rotazione su una delle tre aree- il 2012 sarà il turno della matematica. È una *valutazione delle competenze*, e cosa si intende con questo termine è definito nei quadri di riferimento (ad esempio in quello dell'indagine del **2003** e del **2006**).

In particolare, la definizione di *numeracy* è centrale nell'analisi e fa riferimento esplicitamente alla *capacità del ragazzo di trasferire al di fuori del contesto scolastico i propri apprendimenti*. Non intende valutare direttamente particolari conoscenze o abilità- quelle necessarie per rispondere alle domande sono spesso richiamate esplicitamente.

Le **domande rilasciate** forniscono un esempio particolarmente significativo di cosa si intenda per *valutazione delle competenze in matematica*.

L'indagine OCSE-PISA non è legata ad un particolare livello o indirizzo scolastico: sono coinvolti i quindicenni, in qualunque classe si trovino.



È la valutazione più critica, dal punto di vista dei risultati, per i ragazzi italiani (si vedano ad esempio le analisi dell'indagine del [2000](#) e del [2006](#). I dati comparativi mettono in luce la difficoltà che i nostri allievi hanno, abitualmente, nell'affrontare e risolvere problemi che escano dai canoni standard degli esercizi scolastici. Più in generale, OCSE-PISA evidenziano una forte difficoltà e esplicitare come competenze complesse i risultati del percorso scolastico, che spesso si presentano come una somma di apprendimenti slegati, talvolta non coerenti tra di loro.

1.5 L'indagine NAEP

Il NAEP è il Sistema di Valutazione degli USA, e valuta (tra gli altri) gli apprendimenti in Matematica ai livelli scolastici 4, 8 e 12 (analogamente a quanto fatto da TIMS). Il suo [quadro di riferimento](#) e le [domande rilasciate](#) possono essere utili a scopo comparativo anche per i nostri allievi e insegnanti.

2. Dalla valutazione all'intervento didattico e formativo

Un insegnante, una scuola che vogliono migliorare l'efficacia del proprio lavoro di insegnamento e quindi i risultati di apprendimento dei propri alunni devono poter partire da una diagnosi accurata dello stato di fatto.

È provato da molte ricerche che le *valutazioni interne* degli insegnanti sono fortemente influenzate da fattori soggettivi, al punto che in matematica è molto più frequente che in altre discipline vedere in un ragazzo cambiamenti drastici di rendimento scolastico in corrispondenza di cambiamenti di insegnante.

Una valutazione esterna, pur con tutti i suoi limiti, permette all'insegnante di *riequilibrare* gli ambiti oggetto di valutazione (è frequente che le verifiche interne si concentrino su particolari argomenti o su particolari processi, finendo per trascurarne altri), *confrontare* i risultati di apprendimento dei singoli allievi e della classe nel suo complesso con popolazioni variamente individuate, *suggerire* modalità di verifica diverse dalle abituali.

2.1 La valutazione iniziale del progetto PQM

La valutazione iniziale del progetto PQM è stata predisposta dall'INVALSI sul quadro di riferimento del Servizio Nazionale di Valutazione. È stato scelto di intervenire sulla classe prima della scuola secondaria di primo grado perché comunemente ritenuta uno dei passaggi maggiormente critici per quanto riguarda la matematica e la scolarizzazione in genere. Il cambiamento di metodi, strumenti (libri, supporti didattici...) e atteggiamento degli insegnanti è spesso molto marcato; la discontinuità (che pure è un fattore molto forte di acquisizione di consapevolezza, necessario nel



percorso dello studente) rischia di creare ostacoli talvolta insormontabili. L'analisi IEA-TIMMS mostra, comparativamente, che proprio nel periodo che va dalla IV primaria alla III secondaria i nostri ragazzi maturano il *gap* di prestazioni in matematica rispetto ai pari grado di altri paesi.

Inoltre, il SNV dell'INVALSI prevede una prova per la classe V primaria (che la coorte coinvolta dal PQM ha affrontato lo scorso anno) e una prova per la classe I secondaria (che questi ragazzi affronteranno nel maggio 2010): la prova iniziale del PQM è collegata, come struttura e come composizione, a queste due prove. Ciò permetterà tra l'altro una valutazione conclusiva sui risultati degli interventi progettati e realizzati.

2.2 L'analisi della situazione

Come in tutte le situazioni di questo tipo, l'analisi deve mettere a fuoco i **punti di forza** e gli **ambiti di debolezza**, individuare le **opportunità** e i **rischi**.

L'analisi si baserà sulla conoscenza della scuola- degli studenti e degli insegnanti- e dell'ambiente in cui la scuola opera, e sui risultati restituiti dalla prova iniziale.

Punti di forza di un particolare contesto scolastico possono essere particolari competenze o esperienze degli insegnanti; una particolare tradizione di insegnamento con acquisizione di metodo; la presenza di alunni di eccellenza (eventualmente con esperienza di partecipazioni a gare di vario genere); collaborazioni con istituzioni extrascolastiche (musei, associazioni, istituzioni culturali e artistiche...). Simmetricamente, possono essere individuati vari ambiti di debolezza. Tutti questi dati servono per "leggere" nel modo migliore e contestualizzare i dati che verranno restituiti dalla prova iniziale.

Nello specifico degli apprendimenti in matematica degli allievi, i punti di forza e di debolezza possono essere individuati in particolari ambiti di contenuti, o in specifiche componenti dell'apprendimento (concettuale, algoritmico,... come detto sopra), o ancora nella capacità/difficoltà di mettere in campo specifiche procedure del pensiero matematico.

La prova INVALSI del progetto PQM è stata costruita per aiutare le scuole a individuare questi punti di forza e questi ambiti di debolezza e a costruire di conseguenza il piano di miglioramento sia per gli interventi riguardanti gli allievi che per quelli con gli insegnanti. Sarà importante sia una lettura statistica dei risultati, partendo dalla distribuzione percentile delle risposte dei ragazzi, che una lettura didattica. A questo scopo sarà fornita una nota di commento e di analisi dei distrattori.

I risultati delle altre valutazioni contribuiscono a raffinare e a contestualizzare questa analisi: danno indicazioni molto accurate sul complesso della scuola italiana (i suoi pregi, i suoi vizi) o dell'insieme delle scuole di una data regione. Le valutazioni INVALSI (i cui risultati sono per il momento limitate alle classi II e V della scuola primaria e alla Prova Nazionale) forniscono inoltre indicazioni sulle singole scuole.



2.3 Gli ambiti e i modi di intervento

Per migliorare l'efficacia del processo di insegnamento-apprendimento è necessario che ogni scuola lavori sia su quegli aspetti che coinvolgono in prima persona gli **insegnanti**, che su quelli che riguardano gli **studenti**. È necessario quindi intervenire sia con azioni di *formazione in servizio* degli insegnanti, che con *interventi didattici* per gli studenti. Questi interventi si concentreranno su particolari ambiti (e la scelta di PQM è stata quella di privilegiare gli ambiti *Dati e previsioni* e *Relazioni e funzioni*), e punteranno a introdurre *cambiamenti di metodo di lavoro* sia per gli insegnanti che per i ragazzi.

La matematica è una disciplina dai tempi lunghi e ogni miglioramento richiede tempi lunghi e può svilupparsi solo in un'ottica di lungo periodo. I cambiamenti più efficaci sono quindi quelli che agiscono sul metodo, e che possono tra l'altro modificare gli atteggiamenti dei ragazzi verso la disciplina.

La strada scelta per migliorare è quella di introdurre *buone pratiche di laboratorio*. Quelle proposte dal progetto PQM sono pensate per essere adattate alle singole situazioni e declinate secondo le esigenze individuate dai piani di miglioramento; possono servire primariamente per la formazione degli insegnanti alla pratica laboratoriale e/o per il lavoro degli studenti. Possono, soprattutto, servire come modello o stimolo per altre che verranno proposte e realizzate dagli insegnanti e dalle scuole coinvolti nel progetto PQM.

3. La didattica laboratoriale in matematica

La matematica non si impara per contemplazione. Il fatto che il coinvolgimento attivo del discente sia una componente essenziale di ogni sano processo di insegnamento-apprendimento è dato oggi per scontato, qualunque sia l'insieme di conoscenze con il quale ci si sta confrontando. In matematica, però, questo è anche strettamente legato alla *natura* stessa della disciplina. In un testo classico, volendo rispondere alla domanda *Che cos'è la matematica?*, Courant e Robbins osservavano che filosofia, storia, epistemologia possono aiutarci, ma non ci danno la risposta; la matematica non è certo definita dal suo oggetto di studio, e solo parzialmente (e in maniera storico-contingente) è individuata dal suo metodo. *Non è la filosofia ma l'esperienza attiva che sola può rispondere alla domanda: che cos'è la matematica.* In altre parole, solo *facendo matematica* si può capire *cos'è* la matematica.

Queste apparenti ovvietà servono a ricordarci che i nostri sforzi di insegnanti non dovranno essere diretti soltanto a limare, rifinire, cesellare quello che *noi* facciamo e diciamo, quanto soprattutto concentrarsi sul lavoro che fanno *i nostri allievi*. E questo lavoro non deve essere, ovviamente, solo un percorrere zelantemente e diligentemente delle tappe che la nostra esperienza e le nostre convinzioni ci hanno fatto predisporre per loro.

Quali sono allora gli strumenti che un insegnante oggi ha a disposizione per far *fare matematica* ai propri ragazzi? Una parola chiave viene sempre ripetuta: facciamo *laboratorio di matematica*. *Laboratorio* è la parola magica che sembra promettere di cambiare e magari spezzare le catene dei contratti taciti o espliciti che dentro le mura



delle scuole vincolano studenti, insegnanti, istituzioni, famiglie... Per poter individuare su quali temi, con quali strumenti, utilizzando quali metodologie un insegnante può cercare di *fare laboratorio* nel particolare contesto in cui svolge la propria attività è però necessario fissare alcune caratteristiche del *lavoro di laboratorio*, così come è stato inteso normalmente dagli scienziati. Teniamo sempre ben presente una differenza sostanziale: il laboratorio dello scienziato è un laboratorio di *ricerca*, il nostro sarà un laboratorio di *apprendimento*; nel nostro caso c'è un *deus ex machina* che sa come potrebbero o dovrebbero andare a finir le cose.

3.1 Le caratteristiche del lavoro di laboratorio

1) In un laboratorio ci sono delle cose da comprendere: dati, fatti, situazioni da osservare, studiare, riprodurre, sistemare. **Si entra in laboratorio perché vogliamo capire qualcosa.** J.K. Chesterton diceva (parlando di se stesso) che ogni ragazzo passa da un'età magica in cui vuole scoprire, conoscere, comprendere tutto, a un'altra età in cui non vuole più sapere, né conoscere, né tanto meno comprendere la maggior parte delle cose di cui gli si parla, e che soprattutto è la scuola la responsabile di questa perdita di motivazioni. Un laboratorio deve quindi essere un luogo (non necessariamente fisico) in cui si entra con una *motivazione* forte, legata alla nostra voglia di sapere, in cui si rompono gli schemi scolastici. Per gli insegnanti la sfida sarà il saper costruire situazioni in cui risvegliare questo ordine di motivazioni.

2) Di conseguenza, in un laboratorio **si parte dal problema, non dalla sua soluzione.** Questo è un punto particolarmente cruciale per gli insegnanti di matematica. Il punto finale di ogni ricerca matematica è la costruzione di una teoria formale, possibilmente generale, cristallina ed essenziale nella sua organizzazione logico-deduttiva, della quale tutte le situazioni concrete che incontriamo sono solo casi particolari. Sappiamo che questo punto di arrivo è spesso la porta che apre la strada a nuove avventure matematiche, che proprio la "perfezione" di Euclide è stata la spinta ad andare oltre Euclide stesso, sappiamo che la forza e il fascino della matematica stanno anche in questa capacità di sistemare in maniera apparentemente definitiva e non soggetta a discussioni le proprie scoperte... Però, però, però: questo è il *punto d'arrivo* del lavoro dei matematici, del lavoro in matematica. Non può mai essere il *punto di partenza* per i nostri ragazzi. La sistemazione formale è bella, è limpida e pulita, è ad essa che guardano i cantori delle doti estetiche della matematica; ma quando si impara, quando si scopre, quando si cerca di comprendere, c'è anche un lavoro "sporco" da fare, e questo lavoro non può essere delegato ad altri. E chi di noi non ha provato in se stesso, o non ha visto sul volto di qualche allievo, la soddisfazione nel veder uscire una soluzione chiara, luminosa, da una congerie di dati disordinati, da una molteplicità di tentativi apparentemente incoerenti? Costruire una teoria in cui le definizioni e i teoremi si concatenano logicamente e con la maggiore stringatezza possibile può essere la meta del lavoro nostro e dei nostri ragazzi; ma troppo spesso (nel passato?) molti insegnanti si sono limitati a esporre queste concatenazioni di lemmi e teoremi, semplicemente intercalandoli con esercizi.



Mentalità di laboratorio significa prima di tutto ribaltare questa prospettiva: non esponiamo una teoria, di cui presentiamo esempi, partiamo invece da un problema, una osservazione, un insieme di dati, e cerchiamo di vedere se riusciamo a costruire una spiegazione razionale e a organizzarla in una teoria.

I naturalisti dei secoli scorsi amavano le classificazioni, e un bravo entomologo aveva come scopo classificare le farfalle, allineandole negli scaffali dei musei. Nessuno di noi si sognerebbe però di iniziare a parlare di scienze con i bambini davanti a una bacheca con centinaia di farfalle infilzate. Eppure, in matematica spesso presentiamo i nostri bei teoremini infilzati e ordinati...

3) **Non è possibile sapere a priori** di cosa avremo bisogno per comprendere la nostra situazione. Nel laboratorio si crea una situazione in cui si opera e si progetta, mobilitando tutte le conoscenze e le abilità di cui siamo capaci. Non solo i nostri ragazzi devono uscire dal tipico schema degli esercizi di matematica, in cui è lo stesso testo che ci indica cosa dobbiamo fare per risolverli, o in che ambito dobbiamo cercare la soluzione (...*esercizi con il più... equazioni spurie...integrali di funzioni razionalizzabili con la sostituzione taldeitali...*), ma devono essere pronti a usare tutti i propri saperi espliciti, e stimolati a esplicitare quelli impliciti.

4) In un laboratorio ben fatto, **il lavoro non è mai individuale**. La collaborazione tra diverse persone può attivarsi su molti piani e in molte forme, ma questo può avvenire solo lavorando su problemi concreti, che coinvolgono i ragazzi e l'insegnante come vere e proprie sfide. In orizzontale tra i gli studenti, e in verticale tra i singoli, il gruppo classe e l'insegnante, si può realizzare una collaborazione *costruttiva*. Il laboratorio può essere anche uno di quei fondamentali momenti in cui anche i ragazzi normalmente in difficoltà danno contributi, ne sono consapevoli, e i loro contributi sono riconosciuti e condivisi; un momento in cui anche gli studenti che di solito si defilano riescono a lanciarsi, e quelli che ormai hanno "chiuso" con la matematica (e gli insegnanti di matematica) provano a rimettersi in gioco.

5) Nella lavoro di laboratorio **non si riesce a tracciare una linea di demarcazione netta tra teoria e pratica**: ogni osservazione fatta sul campo, ogni situazione concreta può diventare spunto per una costruzione teorica; ogni snodo della teoria può essere confrontato con la realtà dei fenomeni. L'esperienza e la riflessione logica sull'esperienza stessa si fondono, e questo è proprio il nucleo del lavoro del matematico, il momento in cui scattano le procedure tipiche del pensiero matematico: definizione, astrazione, generalizzazione, schematizzazione, dimostrazione, verifica....

6) In laboratorio non si lavora a casaccio: **tutto ciò che si fa ha un suo senso, anche gli errori**, e contribuisce a costruire il significato dell'insieme di conoscenze al cui interno si opera. Anche i tentativi sbagliati, le strade che si rivelano senza uscita, le ripetizioni e i circoli viziosi in cui ci si ritrova, non arrivano per caso, senza senso. In laboratorio sperimentiamo veramente quella *dimensione costruttiva dell'errore* di cui tanto ha parlato Federigo Enriques, proprio a proposito dell'*errore in matematica*. Ricordiamoci, invece, che normalmente i nostri allievi, quando non sanno come risolvere un esercizio di matematica, vanno per tentativi assolutamente casuali,



eseguono operazioni senza saperne il perché, applicano formule che non hanno nessuna relazione col problema dato, fanno cose completamente prive di senso. Si aspettano che la soluzione di un problema esca come un coniglio dal cilindro del prestigiatore, forse perché troppe volte, noi insegnanti, gliela abbiamo fatta apparire in questo modo. In un laboratorio, imboccare una strada sbagliata spesso è la chiave per individuare, riflettendo, la strada giusta.

7) Per risolvere i problemi posti dalle situazioni concrete di laboratorio, **l'intuizione si unisce al rigore, la fantasia al metodo, l'inventiva al mestiere**. Questo è particolarmente importante per la matematica: il ragionamento matematico è così formativo, così importante, così "bello" perché non è logica astratta da software di calcolo simbolico: è *logica cartesiana in azione*.

3.2 La discussione in classe

Un ruolo importante, durante le attività di laboratorio, è giocato dalla discussione in classe. Per approfondire questo ruolo rimandiamo al documento [La discussione matematica in classe](#) del materiale *Matematica 2001* elaborato dalla Unione Matematica Italiana. Tutte le attività proposte in PQM richiedono momenti di discussione tra pari e tra i ragazzi e l'insegnante.

3.3 Gli strumenti del laboratorio

Nel secolo scorso ogni università d'Europa, e anche molti istituti d'istruzione superiore, aveva il proprio *gabinetto di strumenti e modelli matematici*, in cui venivano raccolti modelli in gesso, celluloidi, filo di ferro, legno. Modelli di oggetti geometrici, soprattutto, su cui gli studenti di matematica esercitavano la propria intuizione e la capacità di visualizzazione. Oggi il ruolo delle *macchine matematiche* è stato approfondito dalla ricerca didattica, e per questo si rimanda alla sitografia. Non va comunque mai dimenticato che l'attività matematica necessita anche di una capacità di *visualizzazione* che va sviluppata con gli strumenti opportuni- il laboratorio è un momento per fare questo.

D'altra parte, già cinquant'anni fa, Emma Castelnuovo insegnava che è tutta la classe che deve essere un laboratorio di matematica: in essa devono essere disponibili *materiali per la sperimentazione e la costruzione*.

Anche *disegnare* può diventare attività di laboratorio. Così lo intendeva Giovanni Vailati, quando insisteva sul fatto che senza un adeguato esercizio di disegno geometrico, fatto con l'obiettivo di *scoprire* le proprietà delle figure geometriche, era difficile comprendere la geometria euclidea e la struttura della sua sistemazione logica. D'altra parte, non è che queste situazioni di laboratorio siano per forza non rigorose: anzi, offrono l'occasione per i primi ragionamenti, per i primi frammenti di catena deduttiva, che poi si cercherà di sistemare in un unico filo. Come diceva sempre Vailati, può essere che provando e disegnando la situazione concreta in cui ci troviamo ci conduca a fare un ragionamento in cui si usano più ipotesi del necessario, ma *una dimostrazione, nella quale si faccia uso di supposizioni o di premesse più*



numerose, o anche affatto differenti da quelle che nella trattazione sistematica successiva figureranno nella lista degli assiomi o postulati, non cessa per questo di essere logicamente corretta, e di poter contribuire in tale qualità ad educare e ad affinare l'abitudine nell'alunno a ragionare in modo preciso e rigoroso.

Un laboratorio di oggi, naturalmente, non può ignorare l'esistenza dei computer e delle calcolatrici tascabili. Oggi i nostri ragazzi hanno la possibilità di esplorare le proprietà delle operazioni liberi dalle fatiche del calcolo con carta e penna (che, ricordiamolo sempre, è importantissimo e indispensabile ma non è un fatto assoluto; è uno strumento che è variato ed è stato affinato nel corso tempo, varia nello spazio, e dipende in modo sostanziale da fattori del tutto convenzionali come il sistema di scrittura dei numeri). Coi computer, si può simulare, modellizzare, avere molto materiale su cui ragionare, molti dati con i quali cercare di costruire e verificare ipotesi. Ma naturalmente questo non può venire fatto *ex cathedra*, mostrando delle schermate (come fanno alcuni testi delle nostre scuole: scrivete così...mettete questi dati... il computer vi mostra questa schermata...): devono essere i ragazzi a fare, sperimentare, scoprire.



Sitografia

INVALSI

www.invalsi.it

Il sito dell'Invalsi permette di consultare tutti i documenti relativi alle valutazioni predisposte dall'Istituto (Quadri di riferimento, domande rilasciate, analisi e rapporti) nonché di accedere alla documentazione (spesso tradotta in italiano) relativa alle principali analisi internazionali.

UMI

www.dm.unibo.it

Dal sito dell'Unione Matematica Italiana è possibile scaricare (dalla sezione *Didattica*) il documento *Matematica 2001* che costituisce, a tutt'oggi, un punto di riferimento fondamentale per la definizione dei curricoli e delle metodologie per la didattica della matematica nella scuola italiana.

Macchine Matematiche

<http://www.mmlab.unimore.it>

Il sito del laboratorio delle macchine matematiche dell'Università di Modena raccoglie molto materiale relativo alle macchine matematiche e alle esperienze didattiche compiute con esse. Offre inoltre dei riferimenti per un quadro teorico generale sull'uso degli strumenti nell'insegnamento della matematica.

IEA

<http://www.iea.nl>

Il sito dell'International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) raccoglie la documentazione relativa alle analisi condotte dall'IEA (quadri di riferimento, domande rilasciate, rapporti nazionali e internazionali).

In particolare, la pagina

<http://www.iea.nl/timssadvanced20080.html>

presenta l'indagine TIMSS Advanced compiuta nel 2008, mentre

<http://www.iea.nl/timss2011.html>

illustra l'indagine che coinvolgerà, il prossimo anno scolastico, i nostri ragazzi della terza secondaria.

Si segnalano inoltre le pagine

<http://www.iea.nl/teds-m.html>

<http://teds.educ.msu.edu/default.asp>



dedicate all'indagine TEDS (cui non partecipa l'Italia), sulla preparazione matematica degli insegnanti di scuola primaria e secondaria. Fornisce utili indicazioni su quali siano le riflessioni e le tendenze internazionali sul tema della formazione degli insegnanti di matematica.

OCSE Pisa

<http://www.pisa.oecd.org>

Si tratta del sito dedicato all'indagine PISA (Programme for International Student Assessment). Riporta anche informazioni sulle prossime indagini, in particolare su PISA 2009, che sarà dedicata in modo speciale alla matematica.

Nucleo di Ricerca Didattica di Bologna

Una ampia raccolta di articoli e riferimenti utili si trova nel sito del Nucleo di Ricerca Didattica dell'Università di Bologna

<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/nrd/nrd.htm>